



گزینه ۳

۱

$$A = f(1) + f(2) + \dots + f(9) = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \dots + \cos \frac{8\pi}{9} + \cos \frac{9\pi}{9}$$

$$\frac{\pi}{9} + \frac{8\pi}{9} = \pi \Rightarrow \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{8\pi}{9} = 0$$

$$\frac{2\pi}{9} + \frac{7\pi}{9} = \pi \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} = 0$$

$$\frac{3\pi}{9} + \frac{6\pi}{9} = \pi \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{6\pi}{9} = 0$$

$$\frac{4\pi}{9} + \frac{5\pi}{9} = \pi \Rightarrow \cos \frac{4\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} = 0$$

پس $A = -1$ خواهد شد.

گزینه ۱

۲

$$y = \sin x(-\cos 2x + 2\cos^2 x) = \sin x(1 - 2\cos^2 x + 2\cos^2 x) = \sin x$$

$$\Rightarrow T = 2\pi$$

گزینه ۳

۳

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{3}, 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + 2\pi - \frac{\pi}{3} = 4\pi$$

$$A = \frac{\tan^{\gamma} \alpha - \sin^{\gamma} \alpha}{\cot^{\gamma} \alpha - \cos^{\gamma} \alpha} = \frac{\frac{\sin^{\gamma} \alpha}{\cos^{\gamma} \alpha} - \sin^{\gamma} \alpha}{\frac{\cos^{\gamma} \alpha}{\sin^{\gamma} \alpha} - \cos^{\gamma} \alpha}$$

$$\frac{\sin^{\gamma} \alpha \left(\frac{1 - \cos^{\gamma} \alpha}{\cos^{\gamma} \alpha} \right)}{\cos^{\gamma} \alpha \left(\frac{1 - \sin^{\gamma} \alpha}{\sin^{\gamma} \alpha} \right)} = \frac{\frac{\sin^{\gamma} \alpha}{\cos^{\gamma} \alpha}}{\frac{\cos^{\gamma} \alpha}{\sin^{\gamma} \alpha}} = \frac{\sin^{\gamma} \alpha}{\cos^{\gamma} \alpha} = \tan^{\gamma} \alpha$$

کمترین مقدار تابع برابر -2π است، پس $A = -2\pi$ می‌باشد. از طرفی تابع محور x ها را در -1 قطع کرده است، پس:

$$A \cos(-B) = 0 \Rightarrow \cos B = 0 \Rightarrow B = \frac{\pi}{2}$$

$$A + B = -2\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 0/75 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin(\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$= \frac{24 \times 4}{25 \times 4} = \frac{96}{100} = 0/96$$

$$T_{f(x)} = 2T_{g(x)} = 2 \times \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 12$$

$$T_{3f\left(\frac{x}{3}\right)} = 2T_{f(x)} = 24$$

$$BC = a = ۱۰$$

$$\triangle AHB : \cos \hat{B} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \cos \hat{B} = c \cdot \cos \hat{B}$$

$$\triangle AHC : \cos \hat{C} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC \cdot \cos \hat{C} = b \cdot \cos \hat{C}$$

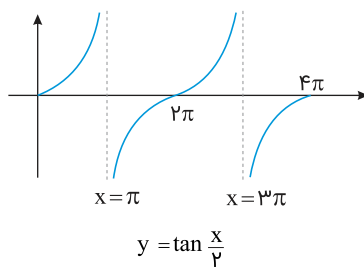
$$BH + CH = BC = ۱۰ \Rightarrow c \cdot \cos \hat{B} + b \cdot \cos \hat{C} = ۱۰$$

$$\sin^2 ۱۵^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos^2 ۱۵^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\tan ۱۵^\circ = \frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = ۲ - \sqrt{3}$$

نمودار تابع $\tan \frac{x}{2}$ در فاصله $[0, 4\pi]$ به صورت زیر است:



این تابع خط $y = ۱$ را در دو نقطه قطع می‌کند.

اگر α در بازه $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ قرار گیرد، آنگاه $\tan \alpha > 1$ خواهد بود پس:

$$\frac{1}{m+1} > 1 \Rightarrow \frac{1}{m+1} - 1 > 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{-m}{m+1}}_{p(m)} > 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} m & -1 & 0 & + & 0 & - \\ \hline p(m) & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$$p(m) > 0 \Rightarrow -1 < m < 0$$

عبارت داده شده را ساده می‌کنیم.

$$A = \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \times \frac{1}{2(2\cos^2 \alpha - 1)} = \left(\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \right) \times \frac{1}{2\cos 2\alpha}$$

$$A = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \times \frac{1}{2\cos 2\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 4\alpha} = \frac{2}{\sin 4\alpha}$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow A = \frac{2}{\sin(4 \times 45^\circ)} = \frac{2}{\sin 180^\circ} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$$f(x) = (\sqrt{2} + 1) \sin x + \sqrt{2} \Rightarrow \max(f(x)) = \sqrt{2} + |\sqrt{2} + 1| = 2\sqrt{2} + 1$$

$$g(x) = \sqrt{2} \cos x - 2 \Rightarrow \min g(x) = -2 - |\sqrt{2}| = -2 - \sqrt{2}$$

$$\frac{2\sqrt{2} + 1}{-2 - \sqrt{2}} = \frac{-(2\sqrt{2} + 1)}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{-(4\sqrt{2} - 4 + 2 - \sqrt{2})}{4 - 2}$$

$$= \frac{2 - 3\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} \sin x \cos x)^2 &= \sin^2 x \\ \Rightarrow \sqrt{3} \cos^2 x + \sqrt{3} \sin^2 x \cos^2 x &= \sin^2 x \end{aligned}$$

طرفین رابطه بالا را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \sqrt{3} + \sqrt{3} \tan^2 x &= \tan^2 x \Rightarrow \tan^2 x - \sqrt{3} \tan^2 x - \sqrt{3} = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \tan^2 x = -1 & \text{غ.ق.ق} \\ \tan^2 x = \sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\tan^2 \left(\frac{\sqrt{3}\pi}{2} + x \right) = \cot^2 x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{\sin(36^\circ + 10^\circ) - \cos(18^\circ + 10^\circ)}{\cos(27^\circ + 10^\circ) + \sin(9^\circ - 10^\circ)} = \frac{\sin 10^\circ + \cos 10^\circ}{\sin 10^\circ + \cos 10^\circ} = 1$$

شیب این خط برابر $\tan 45^\circ$ یعنی برابر ۱ است.

$$\frac{2m}{m+1} = 1 \Rightarrow 2m = m+1 \Rightarrow m = 1$$

$$\cos 2x + \sqrt{3} \cos x = 2 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \sqrt{3} \cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2\cos^2 x + \sqrt{3} \cos x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{3+24}}{2 \times 2} = \frac{-\sqrt{3} \pm 3\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \\ \cos x = -\sqrt{3} \text{ جواب حقیقی ندارد} \end{cases}$$

اگر شعاع دایره r و زاویه قطاع θ بر حسب رادیان فرض شود:

$$|\widehat{AB}| = r\theta = r \times \frac{\pi}{3}$$

$$\text{محیط} = 2r + \frac{r\pi}{3} = \frac{r}{3}(\pi + 6) = \frac{4}{3}(\pi + 6) \Rightarrow r = 4$$

$$S = \pi r^2 = 16\pi$$

چون $\frac{1 + \cos^2 \theta}{3}$ به ازای هر θ مثبت است، پس $\sin \theta > 0$ می‌باشد.

$$\tan \theta + \cos \alpha + 2 = 0 \Rightarrow \tan \theta = -(2 + \cos \alpha)$$

چون $2 + \cos \alpha$ همواره مثبت است، پس $-(2 + \cos \alpha)$ همواره منفی و درنهایت $\tan \theta < 0$ خواهد بود.
 $\tan \theta < 0$ و $\sin \theta > 0$ است، پس θ در ناحیه دوم قرار دارد.

$$\frac{7\pi}{18} + \frac{4\pi}{9} = \frac{15\pi}{18} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{6} \text{ دور ساعتگرد}$$

